

舗装用混合物の曲げ試験によるレオロジー的性質の測定と その結果に基づく温度応力の推定に関する研究

MEASUREMENT OF RHEOLOGICAL PROPERTIES OF PAVING MATERIALS
AND A METHOD OF ESTIMATING THERMAL STRESSES FROM THE RESULTS

川井久史*・杉山智思**・山田 優***

by Hisashi KAWAI, Satoshi SUGIYAMA and Masaru YAMADA

1. はじめに

近年、交通量の増大とともに車両の大型化が進み、路面にわだち掘れが生じやすくなり、その対策として耐流動性にすぐれた舗装混合物が好んで使われる傾向にある。高粘度あるいは弾性的で塑性変形しにくい性質が要求される。従来、アスファルト混合物は粘性の性質を持ち、応力は時間とともに緩和するため、設計上温度応力を考慮に入れなくてよいとされていた。そのためにアスファルト舗装では目地を設けない。しかし高粘度あるいは弾性的なバインダーを使用することになると、目地がない場合、温度応力が無視できなくなる可能性がある。

アスファルト混合物が温度応力によって破壊することについては、これまで森吉ら^{1) - 5)}により研究されているが、舗装用混合物のレオロジー的性質との関係については必ずしも明確にはなっていない。最近の新しい材料も加えた種々の混合物を用いた場合、どのような温度応力が生じるかについて詳しい研究が望まれる。

本研究では、まず現在道路舗装に最もよく用いられる密粒度アスファルト混合物のほか、橋面舗装によく用いられるグースアスファルト混合物と新しい橋面舗装材として期待される樹脂混合物を含む種々の混合物について、温度と载荷速度を変えた数種の条件で繰り返し曲げ試験を行ってレオロジー的性質、特に応力緩和特性を調べた。つぎに考案した温度応力測定実験が可能であったグースアスファルト混合物と樹脂混合物について変形が拘束されるときに生じる温度応力を推定するとともに、温度応力の測定実験を行って推定結果と比較した。主な検討項目を次に列挙する。

①舗装用混合物のレオロジー的性質すなわち応力・

ひずみ関係に及ぼす温度および载荷速度の影響

②舗装用混合物のバインダーの種類、配合などの条件が混合物のレオロジー的性質に及ぼす影響

③繰り返し曲げ試験で測定される緩和弾性率と温度応力との関係

④舗装用混合物の条件と温度応力との関係

⑤温度の変化条件と温度応力との関係

2. 研究対象とした舗装用混合物

2. 1 混合物の種類概要

(1) アスファルト混合物

密粒度および粗粒度、細粒度、開粒度、グースの5種類のアスファルト混合物で、密粒度についてはアスファルト量を変え、またグースについてはバインダーの種類を変えて最大粒径13mmまたは20mmの混合物を作製した。

(2) 樹脂混合物

バインダーにエポキシ樹脂とメタクリル樹脂の2種類を用い、最大粒径3mmの珪砂を骨材にしてモルタルを作製した。

2. 2 混合物作製のための原材料と配合

(1) アスファルト混合物

1) 骨材とフィラー

粗骨材として5~7号の硬質砂岩碎石、細骨材としてスクリーングスおよびニッケルスラグ砂をそれぞれ水洗いしてダスト分を取り除いた後、表1に示す粒径範囲にふるい分けて使用した。またフィラーには石灰岩石粉を用いた。それらの比重と吸水率の試験結果を同表内に示す。

2) バインダー

60/80ストレートアスファルト、セミブローンアスファルト、ゴム・熱可塑性エラストマー入り改質Ⅱ型アスファルトおよび上記ストレートアスファルトとセミブローンアスファルトを50%ずつ混合したものを用いた。

3) 配合

各混合物の配合を表2のとおりとした。

*清水建設(株) (元大阪市立大学大学院工学研究科学生)、

大阪府土木部 (元大阪市立大学工学部学生)、*大阪市立大学教授 工学部土木工学科 (〒558-0022 大阪市住吉区杉本3-3-138)

表1 アスファルト混合物の作製に使用した骨材とフィラー

原材料の種類		粒 径 (mm)	見かけ比重	吸水率 (%)
粗骨材	5号碎石	19.0～13.2	2.733	0.39
	6号碎石	13.2～9.5	2.667	0.95
		9.5～4.75	2.667	0.84
	7号碎石	4.75～2.36	2.704	1.19
細骨材	スクリーニングス	2.36～1.18	2.741	1.11
		1.18～0.60	2.742	1.63
	ニッケル	0.60～0.30	3.115	0.30
	スラグ	0.30～0.15	3.112	0.34
		0.15～0.075	3.165	0.40
フィラー	石灰岩石粉	0.075以下	2.710	—

表2 アスファルト混合物の配合

混合物の種類	密粒度			粗粒	細粒	開粒	グース
最大粒径 (mm)	13			20	20	13	13
アスファルト量 (%)	5.0	5.8	7.0	5.8	5.3	7.0	4.5
粒 径	26.5-19.0	—			2.5	2.5	—
(mm)	19.0-13.2	2.5			15.0	17.5	2.5
別	13.2-9.50	10.0			7.5	11.0	8.0
骨	9.50-4.75	25.0			20.0	24.0	17.0
材	4.75-2.36	20.0			12.5	17.5	15.0
質	2.36-1.18	9.5			9.5	5.5	12.0
量	1.18-0.60	9.0			9.0	5.0	13.0
百	0.60-0.30	8.5			8.5	6.5	13.0
分	0.30-0.15	4.5			4.5	2.5	5.5
率	0.15-0.075	5.0			5.0	3.5	7.0
(%)	0.075以下	6.0			6.0	4.5	7.0
合計	—	100			100	100	100
基準密度 (t/m ³)	2.39	2.42	2.47	2.46	2.31	2.10	2.44

(2) 樹脂混合物

1) 骨材とフィラー

3～5mmおよび4号と7号の珪砂を骨材、珪砂粉をフィラーとし、また一部の混合物にゴムパウダーを用いた。

2) バインダー

粘度の異なるメタクリル樹脂A (1000～1400cps)、B (50～130cps) およびC (600～750cps) と、エポキシ樹脂を用いた。

3) 配合

樹脂混合物の配合は表3のとおりとした。

2. 3 混合物の作製方法

グース以外のアスファルト混合物については、表2に示した配合で原材料を計量した後、アスファルトミキサーを用いてバインダーの種類ごとに定まる温度に加熱して混合し、縦横300mm、深さ50mmの金属製型枠内にローラーコンパクターを用いて締め固め、脱型後、曲げ試験供試体の寸法である断面30mm×30

表3 樹脂混合物の材料と配合 単位：質量%

混合物記号	A	B1	B2	B3	C	E
メタクリル樹脂A	20	—	—	—	—	—
メタクリル樹脂B	—	11	20	20	—	—
メタクリル樹脂C	—	—	—	—	20	—
エポキシ樹脂	—	—	—	—	—	10
珪砂 (3～5mm)	28	31	28	28	28	31
珪砂 4号	28	36	28	28	28	36
珪砂 7号	8	9	8	8	8	10
珪砂粉	16	13	16	11	16	13
ゴムパウダー	—	—	—	5	—	—
だれ止め材	—	—	1	—	1	—
硬化剤BP0パウダー	2	2	2	2	1	—

mm、長さ300mmにダイヤモンドカッターで成形した。

グースアスファルト混合物については、鋼製の平鍋とガスコンロを用いて加熱混合した後、幅30mm、長さ300mm、深さ30mmの曲げ試験供試体型枠または温度応力測定実験用型枠に流し込んで作製した。

樹脂混合物については、樹脂メーカーに作製を依頼した。室温で混合し、曲げ試験用供試体については縦横300mm、深さ50mmの型枠に流し込み、脱型後、上記の所定寸法に成形、温度応力測定実験用についてはグースと同様に流し込みにより作製された。

3. 繰り返し曲げ試験の方法

表4に示す条件で変位制御の繰り返し曲げ試験を行った。断面30mm×30mm、長さ300mmの供試体を不凍液中にスパン長240mmで単純はりの状態で支持して供試体中央に振幅±0.2mmの正弦波の変位を与え、それに対応する荷重を測定して供試体内の最大応力と最大ひずみの比であるスチフネス (S) および応力とひずみの位相差 (θ) 求めた。

表4 繰り返し曲げ試験の条件

供試体寸法 (mm)	30×30×300
スパン長 (mm)	240
供試体支持方法・載荷点	単純はり、中央1点載荷
振動波形	正弦波の変位
最大変位 (mm) [ひずみ]	±0.2 [620μ]
周波数 (Hz)	0.01, 0.1, 1 の3通り
温度 (℃)	20, 10, 0, -10, -20, -30の6通り

なお応力 (σ) とひずみ (ε) は、弾性理論が適用できるとして次式により計算した。

$$\sigma = (3 P \ell) / (2 b h^2) \quad (1)$$

$$\varepsilon = (6 h \delta) / \ell^2 \quad (2)$$

ここに、P：荷重、δ：変位、ℓ：スパン長、

h：供試体の高さ、b：供試体の長さ

4. 繰り返し曲げ試験の結果と考察

4. 1 応力・ひずみ関係に及ぼす温度および载荷速度の影響

(1) スチフネスと温度および载荷速度の関係

図1はグースアスファルト混合物の試験結果であり、周波数を変えて得られたスチフネスと温度の関係である。周波数一定では、低温ほどスチフネスが高い。また各温度において高周波数ほどスチフネスが高い。これらスチフネス・温度関係曲線は各々よく似た形をしていて、0.1Hzの曲線を温度軸に沿って正の方向へ5℃平行移動し、また0.01Hzの曲線を温度軸に沿って同じく正の方向へ10℃平行移動すると、図2のとおり1Hzの曲線上にほぼ重なる。すなわち、この試験条件の範囲において、周波数を10倍にすることは温度をほぼ5℃下げることに等しい。周波数は载荷速度であり、変位が同じであれば、周波数の違いは载荷時間の違いを意味し、時間・温度換算則が成り立つことを示している。この時間・温度換算則は他の混合物の試験結果においても同様であった。

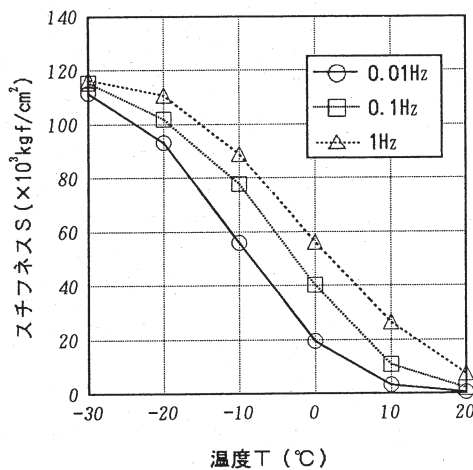


図1 周波数の違いによるスチフネス・温度関係
(グースアスファルト混合物)

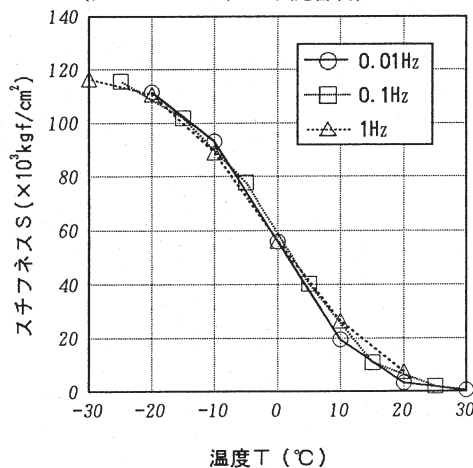


図2 平行移動後のスチフネス・温度関係曲線
(図1で、0.1Hzの曲線を5℃、0.01Hzの曲線を10℃横へ移動)

(2) 位相差と温度および载荷速度の関係

図1と同じグースアスファルト混合物の曲げ試験結果で得られた位相差と温度との関係を図3に示す。各周波数では低温ほど位相差が小さく、また各温度では高周波数ほど位相差が小さい。すなわち低温または载荷速度が高いほど弾性的であるといえる。また0.1Hzのときの位相差・温度関係曲線を温度軸に沿って正方向へ5℃、同じく0.01Hzの曲線を10℃平行移動すると、図4のとおり1Hzの曲線上にほぼ重なり、スチフネスの場合と同様に時間・温度換算則が成り立つ。さらに他の混合物の試験結果においても同様であった。

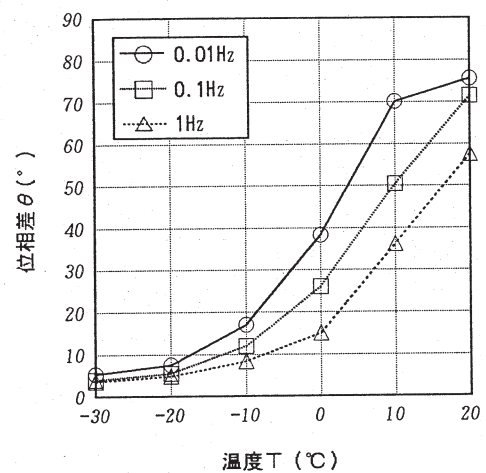


図3 周波数の違いによる位相差・温度関係
(グースアスファルト混合物)

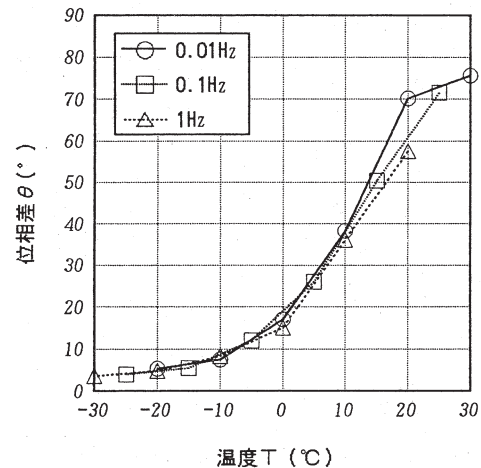


図4 平行移動後のスチフネス・温度関係曲線
(図3で、0.1Hzの曲線を5℃、0.01Hzの曲線を10℃横へ移動)

4. 2 バインダーの種類、配合などの条件が混合物のレオロジー的性質に及ぼす影響

(1) バインダーの種類の影響

図5と図6は各アスファルトバインダーを用いたグースアスファルト混合物のそれぞれスチフネスと

位相差の試験結果である。いずれの周波数でも、ストレートアスファルトと改質アスファルトの場合がよく似た値を示し、セミブローンアスファルトおよびストレート・セミブローン混合アスファルト（ストセミ）の場合は、それらより少し温度による変化度合い、すなわち感温性が低く、また高温において位相差が大きい、すなわち弾性的であることがわかる。

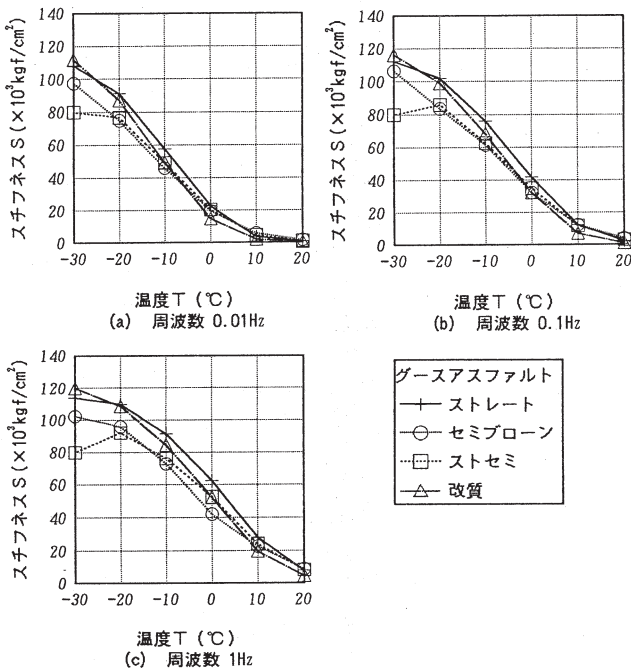


図5 アスファルトの違いによるスチフネス・温度関係
(グースアスファルト混合物)

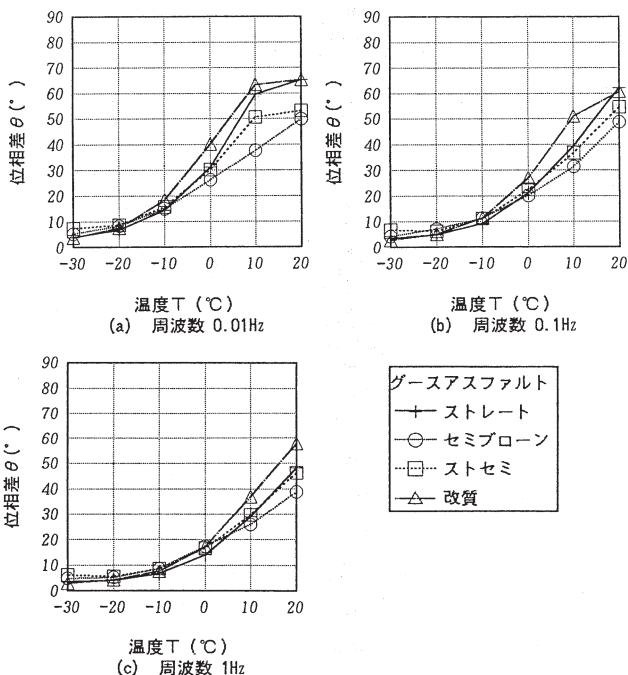


図6 アスファルトの違いによる位相差・温度関係
(グースアスファルト混合物)

図7は樹脂混合物のスチフネスの試験結果である。樹脂バインダーの違いによるスチフネスの変化は、図5に示したアスファルトバインダーの違いによるアスファルト混合物のスチフネスの変化に比べてかなり大きく、樹脂混合物においてはバインダーを調整すれば広い範囲で希望するスチフネスの混合物を得やすいことがわかる。しかしアスファルト混合物と同じようなレオロジー的性質を示す樹脂混合物を得ることは困難なようである。図中に比較のためにストレートアスファルトを用いたグースアスファルト混合物の結果を示すが、樹脂混合物のスチフネスは温度によってはアスファルト混合物に近い値となることはあっても、感温性はアスファルト混合物の場合に比べて非常に低く、樹脂混合物のスチフネス・温度関係はアスファルト混合物と大きく異なる。

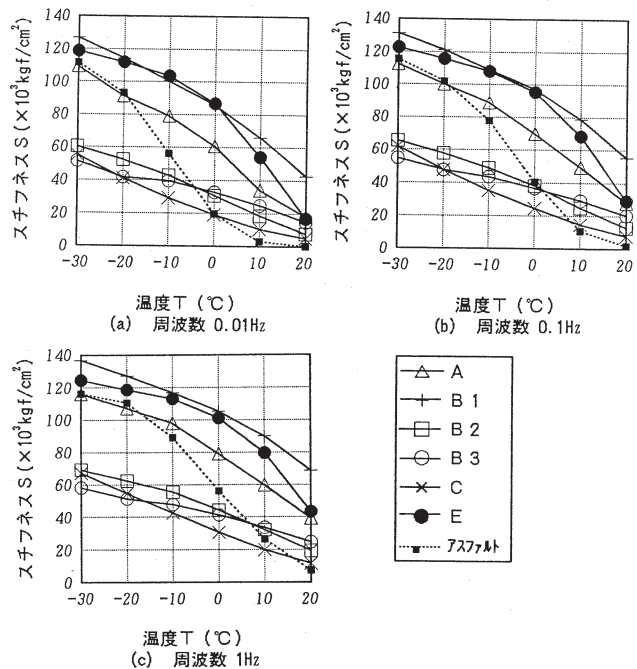


図7 樹脂混合物のスチフネス・温度関係

図8は樹脂混合物の位相差の試験結果であるが、位相差からみると、より明確にアスファルト混合物との違いがわかる。バインダーによって多少の変化はあるものの、樹脂混合物は試験した全温度においてアスファルト混合物に比べて位相差が小さく、弾性的である。当然ながら位相差の感温性もアスファルト混合物と比べて非常に小さい。このことは、樹脂混合物舗装は夏期の高温時においてもアスファルト混合物舗装のような流動によるわだち掘れを起こさないことを意味する。また試験したよりもさらに低い温度ではアスファルト混合物よりむしろ位相差が低い、すなわち粘性的性質を残す可能性を示しているが、試験を行っていないので不明である。

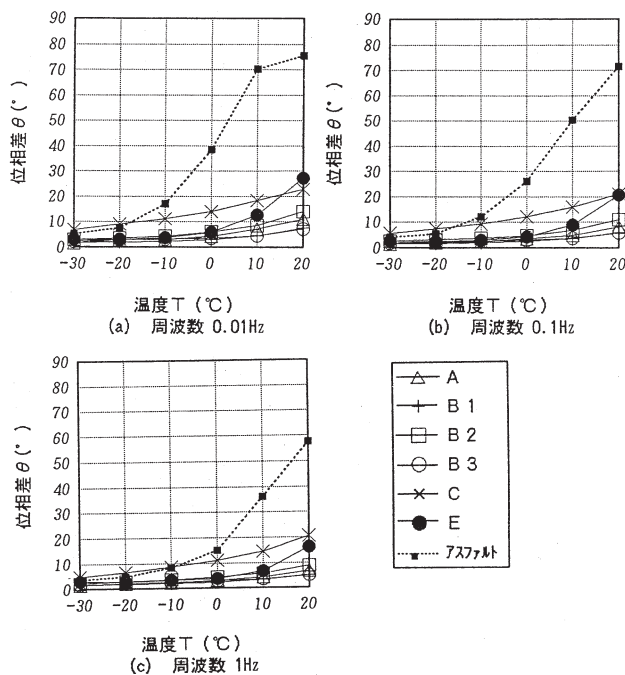
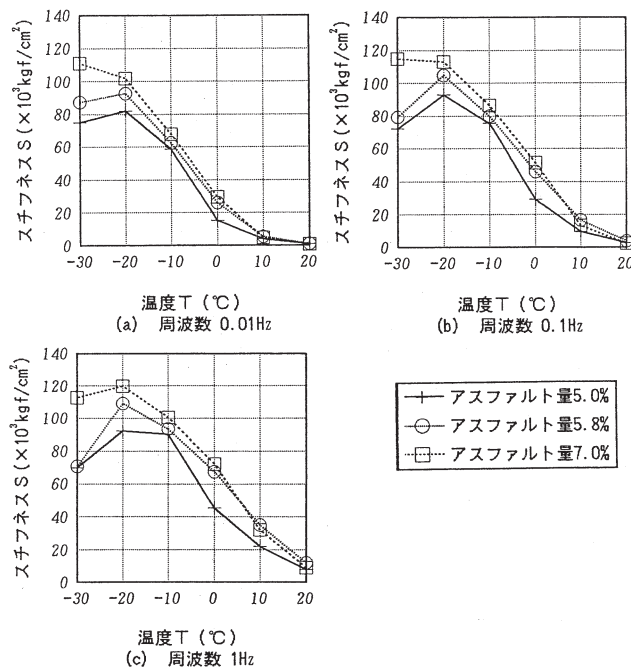


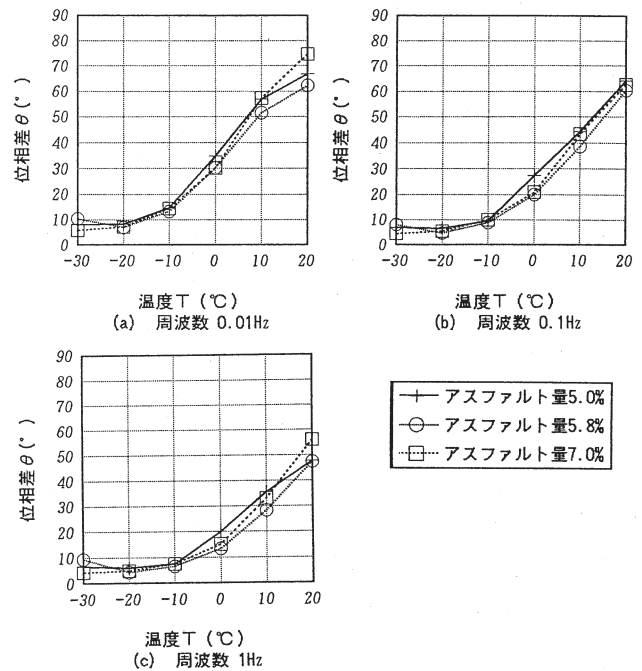
図8 樹脂混合物の位相差の試験結果

(2) アスファルト量の影響

密粒度アスファルト混合物において、アスファルト量が5.0%、5.8%および7.0%と変化させたときのスチフネスと位相差のそれぞれの試験結果を図9と図10に示す。5.0%と7.0%はアスファルト舗装要綱で示されている密粒度アスファルト混合物のアスファルト量の下限值と上限値である。この範囲でアスファルト量が多いほどスチフネスが大きくなる傾

図9 アスファルト量の違いによるスチフネス・温度関係
(密粒度アスファルト混合物)

向を示す。特に低温において、その傾向が強く見られる。位相差の試験結果については、アスファルト量の違いによる影響は明確ではなかった。

図10 アスファルト量の違いによる位相差・温度関係
(密粒度アスファルト混合物)

(3) 骨材粒度の影響

図11はアスファルト混合物の骨材粒度の違いによるスチフネスと温度の関係である。開粒度アスファルト混合物が他の混合物と比べて大きくかけ離れて小さな値を示した。それ以外の混合物では、低温

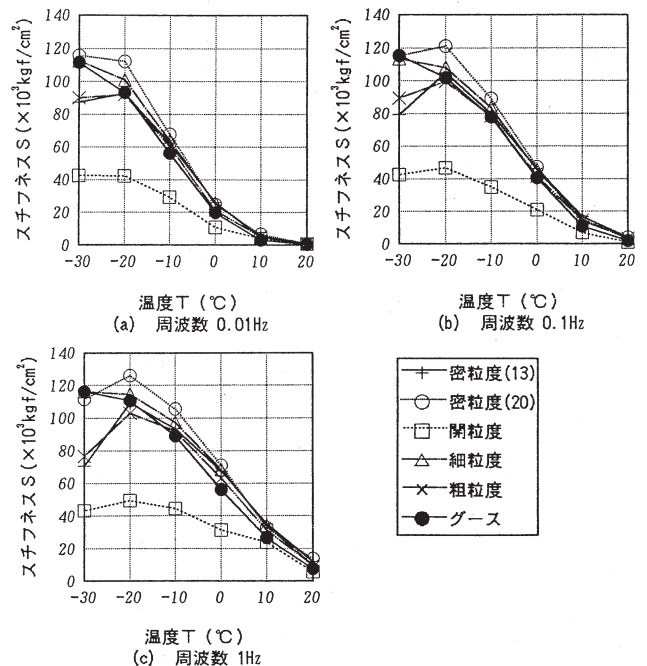


図11 骨材粒度の違いによるスチフネス・温度関係

では若干のばらつきが見られるが、スチフネスに大きな違いはなかった。

図12は同じく位相差と温度の関係である。グースアスファルト混合物の場合に、比較的高温において位相差が他の混合物よりも若干大きくなり、粘性的であるという結果であった。

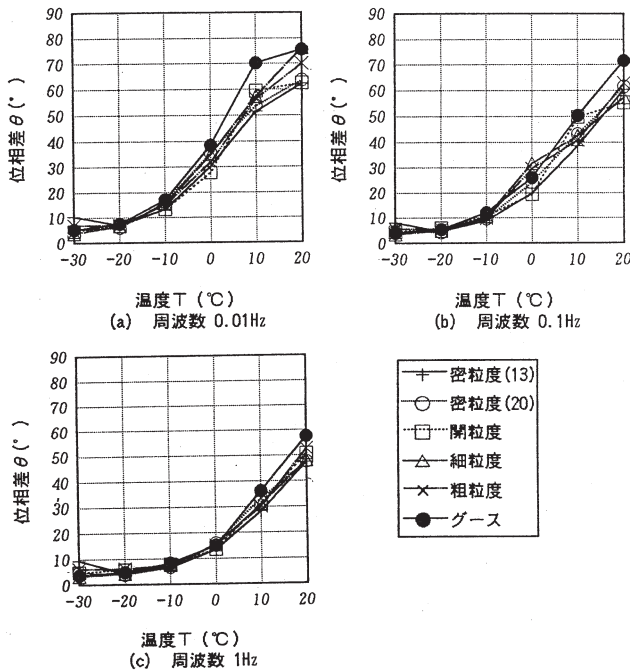


図12 骨材粒度の違いによる位相差・温度関係

5. 繰返し曲げ試験から求められる緩和弾性率から温度応力を推定する方法

前章の試験結果からも分かるとおり、舗装用混合物の応力・ひずみ関係は温度と载荷速度によって変化する。すなわち温度が一定でも、応力とひずみの比であるスチフネスは時間とともに変化する。ひずみが一定であれば、応力は時間とともに減少する。载荷直後の短い時間では、ある程度の応力が生じて、その応力は時間とともに緩和することになるので、このときの時間の関数である応力とひずみの比は緩和弾性率と呼ばれる。ここではこれを $E(t)$ と記すことにする。

以下、 $E(t)$ を種々の温度で試験した結果から、変形を拘束した状態で温度 T を T_0 から一定速度

$$k = -dT/dt \quad (3)$$

で低下させたときに生じる応力（温度応力） $\sigma(t)$ を推定する方法を順次述べる。

1) 解析に必要な時間 t の範囲における $E(t)$

通常 $E(t)$ は時間 t のある限られた範囲で試験される。前章の試験では周波数を0.01Hz、0.1Hzおよび1Hzにして試験したので、それに相当する载荷時間の範囲で $E(t)$ が測定されたことになる。その試験され

た範囲外の時間 t での $E(t)$ が温度応力の解析のために必要な場合には、前章で示したように時間・温度換算則が成り立つので、それを利用して、ある程度の範囲内であれば試験結果から外挿して求めることができる。また任意の温度での $E(t)$ も試験した温度での $E(t)$ から推定できる。

2) 一定速度 k で温度が低下するときの緩和弾性率 $E^*(t)$

温度 $T = T_i$ でひずみ増分 $\Delta \varepsilon$ を瞬時に加え、その後、時間とともに温度が低下するとき、ひずみ増分 $\Delta \varepsilon$ により生じた応力の時間 t 後の大きさ $\Delta \sigma(t)$ を

$$\Delta \sigma(t) = E^*_i(t) \cdot \Delta \varepsilon \quad (4)$$

と表し、この温度低下中での緩和弾性率 $E^*_i(t)$ を求める。

① 温度変化の階段状表示

図13に示すとおり、一定速度の温度変化を階段状温度変化に置き換える。

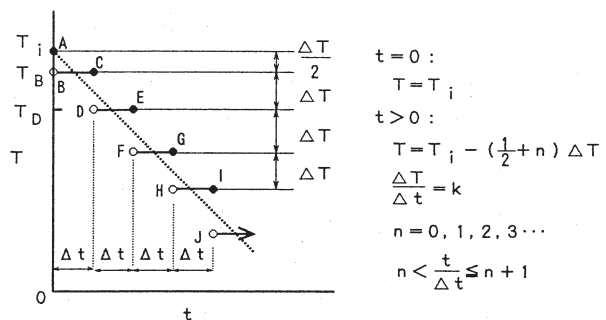


図13 $E^*(t)$ 曲線を求めるための温度変化の仮定

② 最初の Δt 間 (B→C) の $E^*_i(t)$

この部分では、B点の温度での $E(t)$ である。

③ その後 (D点以降) の $E^*_i(t)$

これを決定するために、次のように仮定する。すなわち定温度 T_0 の応力緩和試験で、応力がある大きさまで緩和した時点で、その応力を一定にしたまま温度を瞬時に T_0 に変化させたときの試験体の状態は、その試験と同じ大きさのひずみを加えて温度 T_0 で行った試験において同じ応力まで緩和したときの状態と同等で、その後の応力緩和速度は等しいとする。ひずみが等しいので、応力が等しければ、当然ながら緩和弾性率も等しいことになる。

したがってD→Eの部分では、図14に示すようになる。B点の温度 T_0 とD点の温度 T_0 での $E(t)$ 曲線が図中の破線で与えられるとき、C点と同じ大きさの緩和弾性率を示すD'点から始まる線分D'E'をC点とD点が重なるまで t 軸に沿って平行移動する。F点以後についても同様にして決定する。

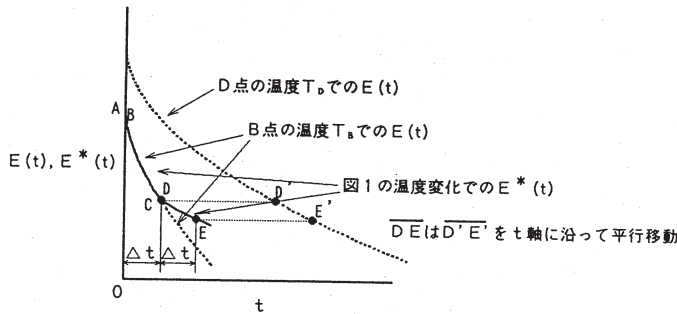


図14 $E^*(t)$ 曲線から $E^*_i(t)$ を求めるための仮定

3) 温度応力曲線

図15のように温度変化を階段状に置き換え、温度応力は $t=0$ およびその後 Δt 経過ごとに起こる温度変化による応力増分の積み重ねと考える。各応力増分は温度低下中での緩和弾性率 $E^*_i(t)$ を用いて、次式で示すことができる。

$$\Delta \sigma_0(t) = E^*_0(t) \cdot c \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (5)$$

$$\Delta \sigma_i(t) = E^*_i(t - i \cdot \Delta t) \cdot c \cdot \alpha \cdot \Delta T \quad (6)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots$$

ここに、 $\Delta \sigma_0(t)$ は $T = T_0$ での $\Delta T/2$ の温度低下で生じる温度応力 ($t > 0$)、 $\Delta \sigma_i(t)$ は $T = T_i$ での ΔT の温度低下で生じる温度応力増分 ($t > t_i$)、 c は0~1の値をとり、拘束の程度で決まる定数で、拘束されずに自由に動くときに0、全く変形しないように拘束されるときに1、 α は熱膨張率 ($1/^\circ\text{C}$) である。

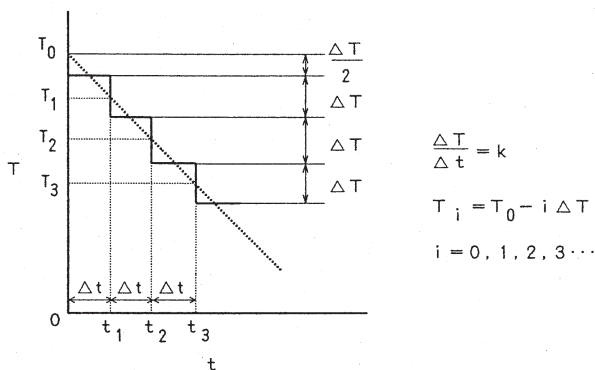


図15 $\sigma(t)$ を求めるための温度変化の仮定

図15の温度変化による温度応力 $\Delta \sigma(t)$ は次式で求まる。

$$\sigma(t) = \sum \Delta \sigma_i(t) \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (7)$$

温度応力と温度の関係は式(7)で変数を t から温

度 T に次式によって変換すればよい。

$$T = T_0 - k t \quad (8)$$

以上の方法により、緩和弾性率の試験結果を基にした温度応力の推定結果の例を後述する図17中に示す。

6. 温度応力測定実験の方法

図16のように内側にひずみゲージを貼り付けた直径200mm、高さ50mm、厚さ5mmのインバー合金リングの外側に厚さ30mmの舗装用混合物を巻いた。これを一定速度 ($10^\circ\text{C}/4\text{h}$) で温度を降下させ、リングに生じたひずみから混合物中の円周方向の応力増分を求めた。インバー合金は熱膨張率が $10^{-6}/^\circ\text{C}$ 以下で小さく、混合物が温度の低下によって収縮しようとする変形を拘束する。その拘束力はリングの円周方向の弾性ひずみに比例し、このひずみを測定することにより、混合物中に生じている温度応力を求めることができると考えた。ただし30mmの間隔に混合物を入れることになるので、締固めは困難である。グーアスファルト混合物など、流し込み施工ができる混合物についてのみ、この実験が可能である。

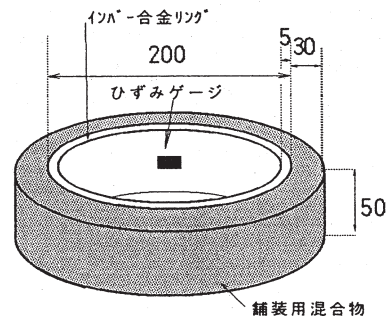
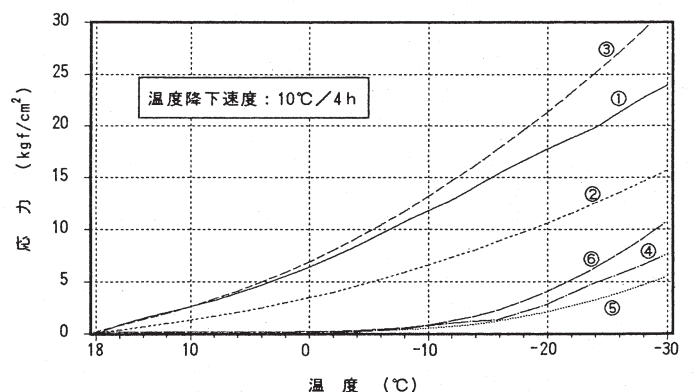


図16 温度応力測定実験供試体

7. 温度応力の推定結果と実験結果の比較

図17に温度応力の前記の方法による推定結果と



- ① 90℃樹脂モルタルの実験値
- ② 同 $c = 0.5 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ の時の推定値
- ③ 同 $c = 1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ の時の推定値
- ④ アスファルト混合物 (7-ス配合) の実験値
- ⑤ 同 $c = 0.5 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ の時の推定値
- ⑥ 同 $c = 1 \times 10^{-5}/^\circ\text{C}$ の時の推定値

図17 温度応力の推定結果と実験結果の比較例

実験結果の比較例として、メタクリル樹脂混合物B1とストレートアスファルトを用いたグースアスファルト混合物について、温度が18℃から4時間に10℃の速度で低下するときの結果を示す。

どちら混合物においても、実験で求められた応力は $c \cdot \alpha = 0.5 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ としたときの推定値と $c \cdot \alpha = 1 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ としたときの推定値の間にあり、推定結果と実験結果における温度応力の増加を示す曲線の形はほぼ一致し、また熱膨張率 α を $2.5 \times 10^{-5} / ^\circ\text{C}$ とすると、このような実験での拘束係数 c は 0.2～0.4であることがわかる。さらに樹脂混合物の場合、最初の18℃のときから温度応力が発生する可能性を確認することができた。

8. 結論

本研究で次の結論を得た。

- 1) アスファルト混合物、樹脂混合物とも、緩和弾性率（スチフネス）は載荷時間と温度に依存する。また時間・温度換算則が成り立ち、繰り返し載荷の周波数を10倍にすることは、温度をほぼ5℃下げることと相当する。
- 2) アスファルト混合物、樹脂混合物とも、載荷時間が短い（載荷速度が高い）ほど、また温度が低いほど、緩和弾性率（スチフネス）が高くなり、かつ弾性的挙動を示すようになる。
- 3) セミブローンアスファルトを用いた混合物の場合、ストレートアスファルトや改質アスファルトを用いた混合物に比べ、若干感温性が低く、また弾性的挙動を示す。
- 4) 樹脂混合物の場合、用いる樹脂バインダーを調整することにより、アスファルト混合物の場合に比べてかなり広い範囲で希望する緩和弾性率（スチフネス）の混合物を得ることができる。
- 5) 樹脂混合物はアスファルト混合物に比べて、緩和弾性率（スチフネス）が同程度であっても、感温性が低く、弾性的である。
- 6) 繰り返し曲げ試験で測定した緩和弾性率（スチフネス）と温度の関係から、変形を拘束するときの温度応力を推定することができる。
- 7) 樹脂混合物の場合、アスファルト混合物とは異なり、常温においても温度応力が発生する可能性がある。

参考文献

- 1) 森吉昭博・菅原照雄：アスファルト混合物熱応力に関する研究（第2報），第14回日本道路会議論文集，pp. 247-248，1981.
- 2) 森吉昭博：アスファルト混合物の熱応力破壊，石

油学会誌，Vol. 31，No. 2，pp. 172-175，1988.

3) 森吉昭博・藤原正浩：アスファルト混合物の熱応力挙動に関する研究，土木学会論文集，No. 396/V-9，pp. 129-134，1988.

4) 天野隆明・徳光克也・小笠原章・笠原彰彦・森吉昭博：アスファルトおよびアスファルト混合物のぜい化点，石油学会誌，Vol. 39，No. 5，pp. 378-382，1996.

5) 天野隆明・森吉昭博・鏡慎・笠原彰彦：アスファルト舗装の熱応力と変形の粘弾性解析，土木学会論文集，No. 564/V-35，pp. 23-32，1997.

(1998年3月20日受付 5月14日受理)